

文章编号: 1000-7598(2010)12-3861-06

风化岩体中压力型锚索锚固段的剪应力分析

夏元友¹, 叶红^{1,2}, 刘笑合³, 陈杰¹

(1. 武汉理工大学 土木工程与建筑学院, 武汉 430070; 2. 武汉交通职业学院 交通工程系, 武汉 430065;
3. 秦皇岛玻璃工业设计研究院, 河北 秦皇岛 066001)

摘要: 岩体在风化过程中, 其物理力学性质会随着风化程度的不同有所差异。结合均质岩体中压力型锚索受力特点, 以及内部对称荷载作用下横观各向同性弹性体内的剪应力分布特点, 推导出了压力型锚索在横观各向同性弹性岩体内的剪应力分布方程。假定风化岩体为横观各向同性弹性体, 其弹性模量及剪切模量均按指数函数变化, 分析结果表明: ①由于风化岩体的弹性模量随着深度的变化, 锚索锚固段的剪应力也随着岩体的弹性模量的增加(减小)而增加(减小); ②在承压板附近, 锚索锚固段的剪应力随锚索孔半径的增加而减小, 由于风化岩体剪切模量的变化, 因而导致剪应力的变化量很大; ③在承压板附近, 锚索锚固段接触面上的剪应力随着垂直于岩体横向等向面的剪切模量的改变而相应的改变。研究成果可为实际工程中压力型锚索设计提供参考。

关键词: 非均质岩体; 锚索; 剪应力; 接触面; 横观各向同性

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Analysis of shear stress along pressure-type anchorage cable in weathered rock mass

XIA Yuan-you¹, YE Hong^{1,2}, LIU Xiao-he³, CHEN Jie¹

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; 2. Department of Transportation Engineering, Wuhan Technical College of Communications, Wuhan 430065, China; 3. Qinhuangdao Glass Design & Research Institute, Qinhuangdao, Hebei 066001, China)

Abstract: The physical properties of rock would be varied with its weathering process levels. Combining with the stress state of anchorage cable in homogeneous rock mass and distributing rule of shear strength in transverse isotropy elastomer under interior symmetry load, the distributing equations of shear strength of anchorage cable in transversely isotropy elastic rock mass are deduced. Assuming that the elastic modulus of weathered rock changes with exponential function, the analysis results show that: ① The shearing strength of anchorage section would increase (or decrease) with the increase (or decrease) of the elastic modulus which change with the depth of weathered rock. ② The shearing strength of anchorage section near to the load-bearing plate would increase with the decrease of anchorage cable boring radius. And the shearing strength changes obviously with the shear modulus of weathered rock. ③ The shearing strength on anchorage section interface close to the load-bearing plate would change with the shear modulus which is in the surface perpendicular to the surface of rock. The research results will provide references to design of anchorage cable in practical projects.

Key words: non-homogeneous rock; anchorage cable; shearing stress; interface; transverse isotropy

1 引言

锚固技术是岩土工程中应用锚索(杆)对岩土体进行加固, 发挥岩土体自身稳定能力的一种应用技术。由于这种技术具有安全可靠、施工速度快以及经济实用的特点, 在水利水电、土木工程和采矿工程等行业中得到了广泛的应用。目前, 特别是压力型锚索自研究开发成功以来, 对软弱岩体和承载

能力低的土体永久性加固起到了不可替代的作用。

接近地表的岩石受到温度、雨水、大气及生物接触等外在环境的影响而在原地风化。风化岩体的物理力学性质与未风化岩体物理力学性质有了很大差异, 一般来说, 岩体随埋深的增大风化程度有逐渐减小的趋势, 其物理力学性质也随着埋深的不同而不同, 此即岩体的异向性。异向性岩体受地质历史沉积、侵蚀、风化、压密程度和地应力的影响,

收稿日期: 2010-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(No. 50874085); 广东省科技计划项目(No. 63123)。

第一作者简介: 夏元友, 男, 1965年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土力学与工程方面的研究工作。E-mail: 381379860@qq.com

会出现所谓的非均质力学性质。对于非均质材料的定义,一般可分为两种:一种是材料的非均质,另一种是力学性质的非均质。材料的非均质即为复合材料,一般土壤或岩石虽然会有很多互层的现象存在,但因为力学性质的非均质更能解释土壤或岩石受到压密或沉积后力学性质的变化^[1-3]。所以,本文就力学性质的非均质展开研究。

我国学者赵赤云^[4]、徐年丰^[5]、尤春安^[6-7]和王艳芬^[8]等对均质岩体内锚索锚固段的剪应力分析做了很多工作,但实际工程中大多数的岩体是非均质且连续的,因而这些理论的实用性还需进一步检验。非均质介质提供了一个可表现弹性性质下土壤或岩石材料的模型,且目前关于探讨弹性参数随深度而变化的半无限空间体的弹性力学问题已经有了很多研究^[9-14],但是关于非均质岩体内的锚索锚固段受力情况研究较少,且仅仅处于运用分层法计算力学性质非均质且不连续岩体中锚索锚固段的剪应力分布情况及变形特性的阶段^[15-17]。所以,进一步研究压力型锚索在弹性参数随深度而变化的非均质岩体内的受力特征具有重要意义。本文根据对称荷载作用下均质岩体内的锚索受力特点,分析压力型锚索在横观各向同性岩体内的剪应力分布情况。

2 锚固段的剪应力分析

已有的研究成果^[4-8]表明,在均质岩土体中压力型锚索锚固段注浆体与岩土体接触面上的剪应力主要分布在承压板附件很小的范围内,且剪应力轴对称分布。王承德等^[9-14]通过 Hankel 积分变换和傅立叶积分变换,求解了在横观各向同性无限体内受到对称荷载作用时的应力场和位移场,在此基础上推导出了半无限体内在非对称荷载作用下的应力场和位移场(图 1)。在压力型锚索锚固段的受力分析中,其接触面上的剪应力是主要研究对象,也即预应力锚索锚固段注浆体与岩土体接触面上的剪应力的分布规律。在文献[9]中横观各向同性弹性半无限体在非对称荷载作用下的 xoz 平面上的剪应力 τ_{xz} 表达式(1)的基础上,进一步推导了压力型锚索锚固段接触面上的剪应力分布函数,式(1)中的参数详见参考文献[9]。

$$\tau_{xz} = \frac{P_x}{4\pi} \left[(u_1 + m_1) A_{44} \left(\frac{k'}{m_1} p_{s51} - T_1 p_{s5a} + T_2 p_{s5b} \right) - (u_2 + m_2) A_{44} \left(\frac{k'}{m_2} p_{s52} - T_1 p_{s5c} + T_2 p_{s5d} \right) + (p_{s63} + p_{s6e}) \right] - \frac{P_y}{4\pi} [(u_1 + m_1) A_{44} \cdot$$

$$\left(\frac{k'}{m_1} p_{s41} - T_1 p_{s4a} + T_2 p_{s4b} \right) - (u_2 + m_2) A_{44} \left(\frac{k'}{m_2} p_{s42} - T_1 p_{s4c} + T_2 p_{s4d} \right) + (p_{s43} + p_{s4e})] - \frac{P_z}{4\pi} [(u_1 + m_1) A_{44} \cdot (k' p_{s11} + T_1 m_1 p_{s4a} - T_2 m_2 p_{s1b}) - (u_2 + m_2) A_{44} \cdot (k' p_{s12} + T_3 m_1 p_{s1c} - T_4 m_2 p_{s1d})] \quad (1)$$

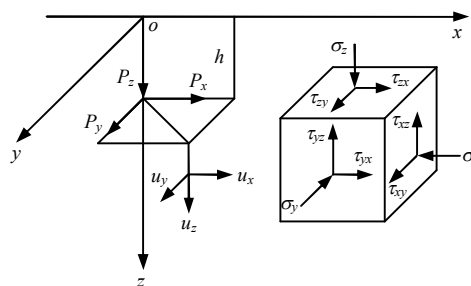


图 1 半无限体内的点荷载作用图
Fig.1 Graph of point load in semi-infinite body

在实际工程中,可以将风化岩体视为横观各向同性体材料来处理。在半无限横观各向同性体中,如果仅有一个旋转对称轴,则垂直于此轴的平面具有同向性的特点,由于同向性材料不具有方向性,因此,在任何方向的力学性质都是一样的^[1]。假设在横观各向同性风化岩体内 $z = h$ 处的压力型锚索承压板受到拉力 P_z 作用(图 2)。其中,平行和垂直于横向等向面的杨氏弹性模量以及其泊松比分别为 E 、 E' 、 ν 和 ν' , 另外有垂直于横向等向面的剪切模量为 G' 。假设压力型锚索与岩体间不产生滑移,锚索所在的岩土体及锚索系统近似看为横观各向同性弹性体,且锚固段接触面上的剪应力轴对称分布。在式(1)中,仅有竖向荷载作用时,可令 $P_x = P_y = 0$ 、 $P_z \neq 0$ 。在 xoz 平面内,当 $y = 0$ 、 $x > 0$ 时,有 $r = \sqrt{x^2 + y^2} = x$, 考虑柱坐标轴对称性可以求解出压力型锚索锚固段的剪应力,可得

$$\tau_{rz} = -\frac{P_z}{4\pi} A_{44} [u_1 (k' p_{s11} + T_1 m_1 p_{s1a} - T_2 m_2 p_{s1b}) + m_1 (k' p_{s11} + T_1 m_1 p_{s1a} - T_2 m_2 p_{s1b}) - (u_2 + m_2) (k' p_{s12} + T_3 m_1 p_{s1c} - T_4 m_2 p_{s1d})] \quad (2)$$

式中: A_{ij} 为岩土体的弹性常数,由以下的 5 个横观各向同性材料独立弹性参数表示为

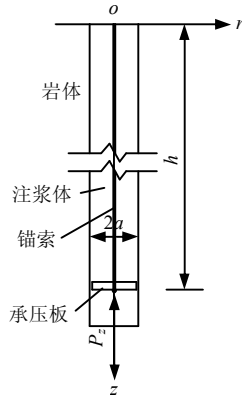


图 2 压力型锚索的力学模型图

Fig. 2 Mechanical model of pressure-type cable

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{E \left(1 - \frac{E}{E'} \nu'^2 \right)}{(1+\nu) \left(1 - \nu - \frac{2E}{E'} \nu'^2 \right)} \\ A_{13} &= \frac{E \nu'}{1 - \nu - \frac{2E}{E'} \nu'^2} \\ A_{33} &= \frac{E(1-\nu')}{1 - \nu - \frac{2E}{E'} \nu'^2} \\ A_{44} &= G' \\ A_{66} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

当 $s^2 > 4q$ 时, 有:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[s + \sqrt{(s^2 - 4q)} \right]} \\ u_2 &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[s - \sqrt{(s^2 - 4q)} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$s = \frac{A_{11}A_{33} - A_{13}(A_{13} + 2A_{44})}{A_{33}A_{44}} \quad (5)$$

$$q = \frac{A_{11}}{A_{33}} \quad (6)$$

$$u_3 = \sqrt{A_{66}/A_{44}} \quad (7)$$

另外, 式 (2) 中其他系数表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \frac{(A_{13} + A_{44})u_1}{A_{33}u_1^2 - A_{44}} \\ m_2 &= \frac{A_{11} - A_{44}u_2^2}{(A_{13} + A_{44})u_2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$k' = \frac{(A_{13} + A_{44})}{A_{33}(u_1^2 - u_2^2)} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{k' u_1 + u_2}{m_1 u_2 - u_1} \\ T_2 &= \frac{k' 2u_1(u_2 + m_2)}{m_2 (u_2 - u_1)(u_1 + m_1)} \\ T_3 &= \frac{k' 2u_2(u_1 + m_1)}{m_1 (u_2 - u_1)(u_2 + m_2)} \\ T_4 &= \frac{k' u_1 + u_2}{m_2 u_2 - u_1} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$p_{sl_i} = \frac{r}{R_i^3} \quad (i=1,2,3,a,b,c,d,e) \quad (11)$$

$$R_i = \sqrt{r^2 + z_i^2} \quad (i=1,2,3,a,b,c,d,e) \quad (12)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= u_1(z-h) \\ z_2 &= u_2(z-h) \\ z_3 &= u_3(z-h) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} z_a &= u_1(z+h) \\ z_b &= u_1z + u_2h \\ z_c &= u_1h + u_2z \\ z_d &= u_2(z+h) \\ z_e &= u_3(z+h) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: r 为在 xoy 平面上研究点到坐标原点的距离; h 为风化岩体离地表的深度; z 为地表至锚固段中研究点间的距离; k 、 m_1 、 m_2 、 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 为无量纲系数; p_{sl_i} 分别为单位点荷载作用下的应力分量解^[9]。

在实际工程中, 通过勘察得到风化岩体的弹性模量情况, 根据设计要求由式 (2) 就可以求解出压力型锚索锚固段接触面上剪应力的分布情况, 可为实际工程中压力型锚索设计提供参考。

3 算 例

假定有风化岩体的弹性模量随指数函数变化, 压力型锚索承压板在岩体内部 $h=10$ m 处, 锚索拉力为 40 kN, 其中平行和垂直于岩体横向等向面的杨氏弹性模量分别为: $E=E'=E_0e^{-kz}$, 泊松比均为 $\nu=\nu'=0.2$, 垂直于横向等向面的剪切模量为 $G'=0.41E_0e^{-kz}$ 。其中, $E_0=3.45 \times 10^9$, 为岩土体表面的杨氏弹性模量; k 为指数系数; z 为坐标原点到研究点的距离, 也为岩体内部研究点到岩体表面的距离。由岩体的杨氏弹性模量和剪切模量表达

式可知,当指数 $k < 0$ 时,说明岩体的弹性模量和剪切模量随着深度增加而增加;当指数 $k = 0$ 时,说明岩体的弹性模量和剪切模量为常数,即为均质岩体;当指数 $k > 0$ 时,说明岩体的弹性模量和剪切模量随着深度增加而减小。利用 Matlab 工具编制相关计算程序,下面讨论 3 种工况。

3.1 弹性模量的影响分析

假定锚索孔的半径为 $r = a = 0.05 \text{ m}$,垂直于横向等向面剪切模量为 $G' = 0.41E_0e^{-kz}$ 。图 3 为锚固段剪应力随指数 k 的变化曲线图。由图可知,无论均质岩体还是风化岩体,锚索锚固段接触面上的剪应力主要分布在承压板附近,并且结合式(2)可知,当风化岩体的弹性模量按指数函数变化随着深度变化时,相对于同等条件下的均质岩体而言,锚固段处剪应力随着弹性模量的增大(减小)而增大(减小),随着深度增大其剪应力的变化率也变大,且剪应力的变化率和岩体弹性模量的变化率同步。

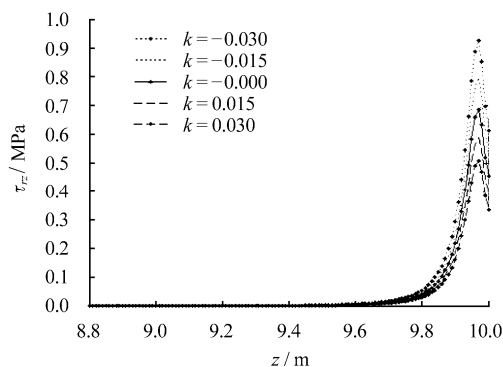


图 3 锚固段剪应力随指数 k 的变化曲线图

Fig.3 Changing curves of shear stress at anchorage section to the index k

3.2 锚索孔径的影响分析

假定指数 k 分别为 -0.3 、 0 、 0.3 ,垂直于横向等向面剪切模量为 $G' = 0.41E_0e^{-kz}$ 。图 4~6 为不同指数系数 k 下锚索孔径变化时锚固段剪应力的分布图。由图可见,当 $z < 9.87$ 时,锚索锚固段的剪应力随锚索孔径的增加而增加,但其增加量很小,这是因为此段风化岩体剪切模量的变化量较小,并且由于此段的接触面上的剪应力比较小,几组曲线比较接近;当 $z \geq 9.87$ 时,锚索锚固段的剪应力随锚索孔径的减小而增加,且其增加量很大,这是因为此段风化岩体剪切模量的变化量较大,并且由于此处接近承压板附件的剪应力比较大,几组曲线显示剪应力受剪切模量的影响更加明显。总的来说,锚索锚固段的剪应力与锚索孔径有关,在其他条件不变的情况下,锚固段剪应力分布曲线的类型不随锚

索孔径的变化而不同,改变的只是曲线的特征值;当垂直于横向等向面的剪切模量随深度变化时,相对于同等条件下的均质岩体而言,如果剪切模量随深度增大,锚固段处剪应力随锚索孔径的减小而分布更加集中;反之,锚固段处剪应力随锚索孔径的增大而分布得更加均匀。

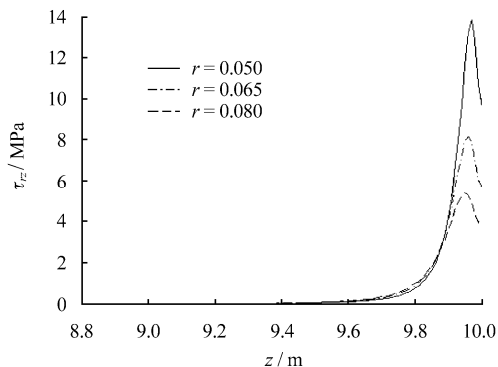


图 4 指数 $k=-0.3$ 时锚固段剪应力分布图

Fig.4 Shear stress distribution at anchorage section when index $k=-0.3$

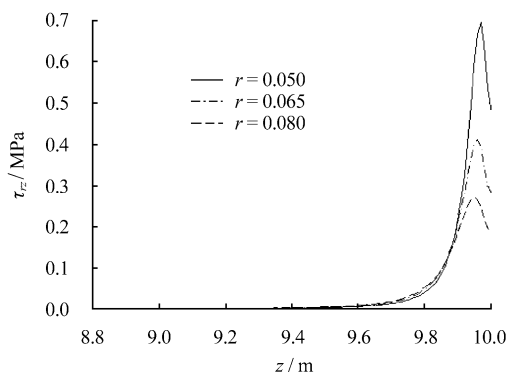


图 5 指数 $k=0$ 时锚固段剪应力分布图

Fig.5 Shear stress distribution at anchorage section when index $k=0$

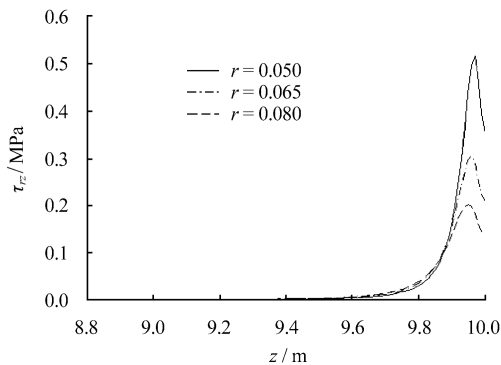


图 6 指数 $k=0.3$ 时锚固段剪应力分布图

Fig.6 Shear stress distribution at anchorage section when index $k=0.3$

3.3 剪切模量的影响分析

假定锚索孔的半径为 $r = a = 0.05 \text{ m}$,垂直于岩

体横向等向面的剪切模量与其杨氏弹性模量的比值 G'/E' 分别为 0.23、0.385 和 0.41。图 7~9 为不同指数系数 k 下比值 G'/E' 变化时锚固段剪应力的分布图, 当垂直于岩体横向等向面的剪切模量与其杨氏弹性模量的比值 G'/E' 增加, 且 $z < 9.87$ 时, 锚索锚固段的剪应力随着比值 G'/E' 增加而减小; 当 $z \geq 9.87$ 时, 锚索锚固段的剪应力随着比值 G'/E' 的增加而增加。总的来说, 比值 G'/E' 愈大, 剪应力在锚固顶端的分布就愈集中; 反之, 剪应力分布就愈均匀。

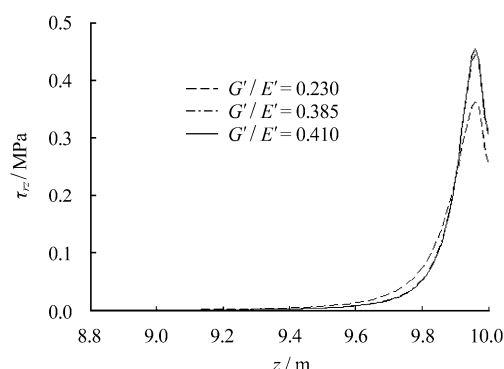


图 7 指数 $k=-0.01$ 时锚固段剪应力分布图
Fig.7 Shear stress distribution at anchorage section when index $k=-0.01$

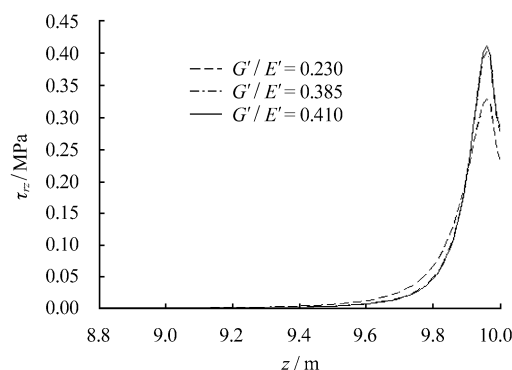


图 8 指数 $k=0$ 时锚固段剪应力分布图
Fig.8 Shear stress distribution at anchorage section when index $k=0$

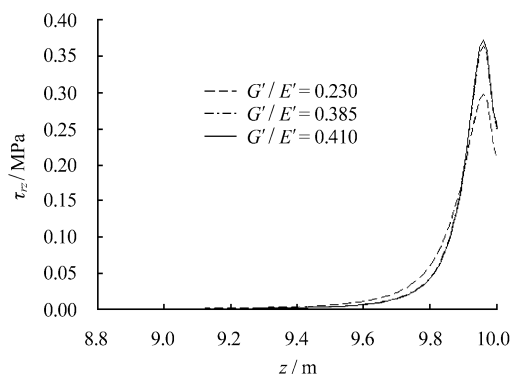


图 9 指数 $k=0.01$ 时锚固段剪应力分布图
Fig.9 Shear stress distribution at anchorage section when index $k=0.01$

4 结 论

由以上的推导及算例可得以下结论:

(1) 锚固段接触面上的剪应力主要分布在承压板附近, 当风化岩体的弹性模量随着深度增大或者减小时, 与同等条件下的均质岩比较, 锚固段处剪应力在相应处增大或者减小, 且剪应力的变化率和风化岩体弹性模量的变化率同步。

(2) 风化岩体作为横观各向同性体, 由于其剪切模量随深度变化, 相对于同等条件下的均质岩体而言, 如果剪切模量随深度增大, 锚固段处剪应力随锚索孔径的减小而分布更加集中; 反之, 锚固段处剪应力随锚索孔径的增大而分布得更加均匀, 且锚固段剪应力分布曲线的类型不随锚索孔径的变化而不同, 改变的只是曲线的特征值。

(3) 在横观各向同性的风化岩体内, 锚索锚固段接触面上的剪应力随着垂直于岩体横向等向面的剪切模量的增加而相应的增加。总的来说, 剪切模量愈大, 剪应力在锚固顶端的分布就愈集中; 反之, 剪应力分布就愈均匀。

参 考 文 献

- [1] 侯佳燕. 非均质且平面应变横向等向性材料承受线载重之位移与应力基本解[D]. 台湾: 国立联合大学, 2007.
- [2] 林雅婷. 非均质且横向等向性介质波传问题之研究[D]. 台湾: 国立联合大学, 2007.
- [3] 杨姿达. 倾斜横向等向性介质受垂直点荷重之位移与应力解析[D]. 台湾: 国立联合大学, 2009.
- [4] 赵赤云. 预应力锚索锚固的作用分析[J]. 北京建筑工程学报, 1999, 15(2): 84—88.
ZHAO Chi-yun. The mechanisms of prestressed rockbolts reinforcement[J]. *Journal of Beijing Institute of Civil Engineering and Architecture*, 1999, 15(2): 84—88.
- [5] 徐年丰, 牟春霞, 王利. 预应力岩锚内锚段作用机理与计算方法探讨[J]. 长江科学学院院长报, 2002, 19(3): 45—47.
XU Nian-feng, MU Chun-xia, WANG Li. Exploration on working mechanism and calculating method of inner bonding section of prestressed cables within rock mass[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2002, 19(3): 45—47.
- [6] 尤春安. 压力型锚索锚固段的受力分析[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(6): 828—831.
YOU Chun-an. Mechanical analysis on anchorage segment of pressure-type cable[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(6): 828—831.

- [7] 尤春安. 锚固系统应力传递机理理论及应用研究[博士学位论文 D]. 济南: 山东科技大学, 2004.
- [8] 王艳芬. 预应力锚索加固岩体的机理分析和数值计算[博士学位论文 D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- [9] LIAO J J, WANG C D. Elastic solutions for a transversely isotropic half-space subjected to a point load[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1998, 22: 425—447.
- [10] WANG C D, LIAO J J. Elastic solutions for a transversely isotropic half-space subjected to buried asymmetric loads[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1999, 23(2): 115—139.
- [11] WANG C D, TZENG C S, PAN E, et al. Displacements and stresses due to a vertical point load in an inhomogeneous transversely isotropic half-space[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2003, 40: 667—685.
- [12] WANG C D, PAN E, TZENG C S, et al. Displacements and stresses due to a uniform vertical circular load in an inhomogeneous cross-anisotropic half-space[J]. **International Journal of Geomechanics (ASCE)**, 2006, 6(1): 1—10.
- [13] HU T B, WANG C D, LIAO J J. Elastic solutions of displacements for a transversely isotropic full space with inclined planes of symmetry subjected to a point load[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2007, 31(12): 1401—1442.
- [14] LIAO J J, HU T B, WANG C D. Elastic solutions for an inclined transversely isotropic material due to three-dimensional point loads[J]. **Journal of Mechanics of Materials and Structures**, 2008, 3(8): 1521—1547.
- [15] 何思明, 张小刚, 朱一平. 基于弹塑性理论的修正分层总和法[J]. 岩土力学, 2003, 24(1): 88—92.
HE Si-ming, ZHANG Xiao-gang, ZHU Yi-ping. Modified layer-summation based on elastoplastic theory[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(1): 88—92.
- [16] 何思明. 预应力锚索作用机理研究[博士学位论文 D]. 成都: 西南交通大学, 2004.
- [17] 何思明, 张小刚, 王成华. 预应力锚索的非线性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(9): 1535—2971.
HE Si-ming, ZHANG Xiao-gang, WANG Cheng-hua. Nonlinear analysis of prestressed cable[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(9): 1535—2971.

上接第 3860 页

- [2] 黄绍铭, 高大钊. 软土地基与地下工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 637—638.
- [3] 张凤祥, 朱合华, 付德明. 盾构隧道[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001: 878—882.
- [4] 魏纲, 裘新谷, 魏新江, 等. 邻近建筑物的暗挖隧道施工数值模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(2): 547—552.
WEI Gang, QIU Xin-gu, WEI Xin-jiang, et al. Numerical simulation of underground excavated tunnel construction of adjacent structure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(2): 547—552.
- [5] ERIC LECA, ANIMATEUR. Settlements induced by tunneling in soft ground[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2007, 22: 119—149.
- [6] 魏纲. 盾构施工中土体损失引起的地面沉降预测[J]. 岩土力学, 2007, 28(11): 2375—2379.
WEI Gang. Prediction of surface settlement induced by ground loss during shield tunneling construction[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(11): 2375—2379.
- [7] 孙钧. 城市环境土工学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2005: 104—153.
- [8] 段光杰. 地铁隧道施工扰动对地表沉降和管线变形的影响的理论和方法研究[博士学位论文 D]. 北京: 中国地质大学, 2002.
- [9] CHENG C Y, ASARI G R, D, CHOW Y K, et al. Finite element analysis of tunnel-soil-pile interaction using displacement controlled model[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2007, 22: 450—466.
- [10] 李宁, 王柱, 韩焯, 等. 地铁开挖对上部桩基变形的影响研究[J]. 土木工程学报, 2006, 39(10): 107—111.
LI Ning, WANG Zhu, HAN Xuan, et al. Numerical study of subway tunneling-induced pile-foundation deformations[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2006, 39(10): 107—111.
- [11] 黄茂松, 张宏博, 陆荣欣. 浅埋隧道施工对建筑物桩基的影响分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(8): 1379—1383.
HUANG Mao-song, ZHANG Hong-bo, ZHAO Hong-bo. Analysis of pile responses caused by tunnelling[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(8): 1379—1383.